

# 104年教育部數位學伴計畫

教學日期：2015.4.30

科目：國中數學

教學者：張宴瑄

學習者：鐘○珊

動腦時間又來囉！



Q1：誰是萬獸之王？



Q2：大象的左耳朵像什麼？

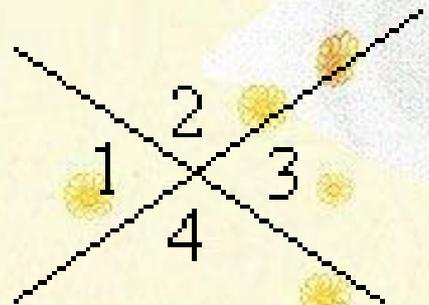


Q3：早晨醒來，每個人都要做的第一件事是什麼？



# 小複習 — 生活中的平面圖形

如圖所示，兩條直線相交於一點，  
形成四個角  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 。  
若  $2\angle 1 + 3\angle 3 = 210^\circ$ ，則  $\angle 2 = ?$

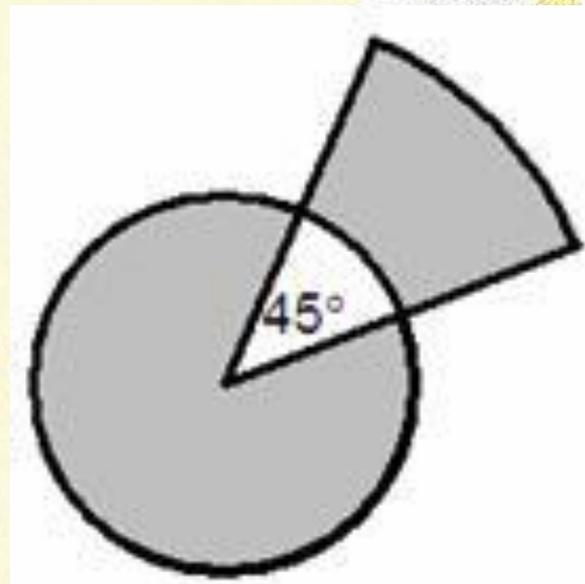


$\triangle ABC$  中， $2$ 倍 $\angle A$ 的度數等於 $3$ 倍 $\angle B$ 的度數， $\angle C$ 的補角是 $105^\circ$ ，則 $\angle B$ 的補角是多少度？

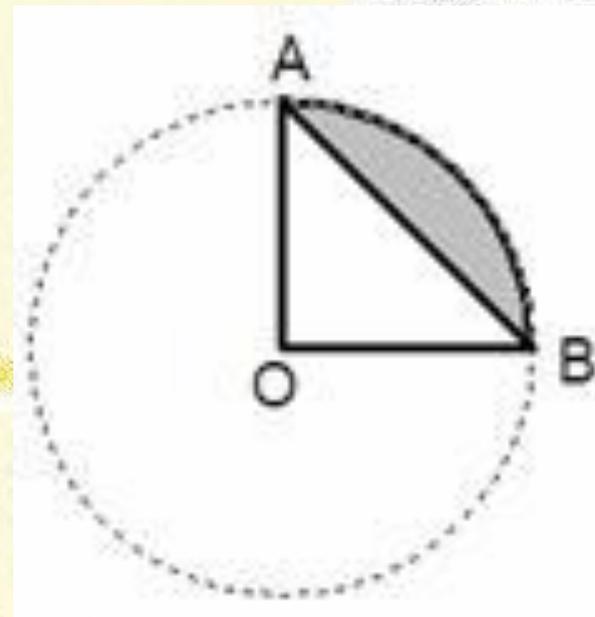
圓上有不同的五點，共可畫出幾條不同的弦？



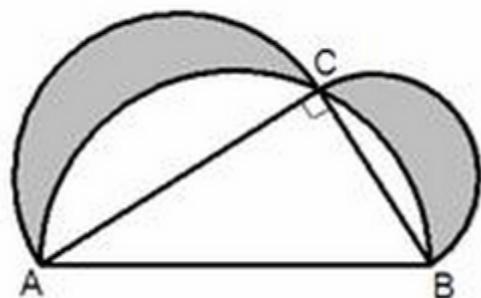
如下圖，大扇形半徑為6公分，小圓半徑為3公分，  
兩半徑夾角為  $45^\circ$ ，則陰影部分面積是多少平方公分？



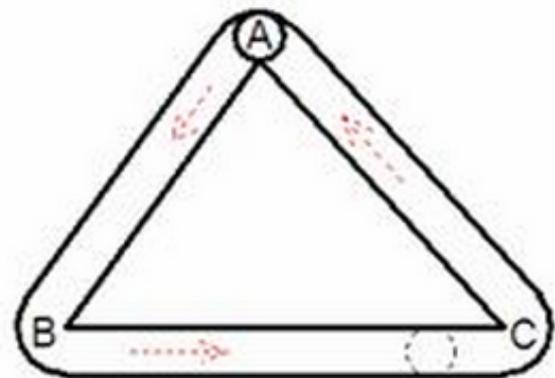
如圖，陰影部分是由圓 $O$ 的弦與弧所組成的圖形，稱為弓形。若圓 $O$ 的半徑為8公分， $\angle AOB = 90^\circ$ ，則此弓形的面積是多少？



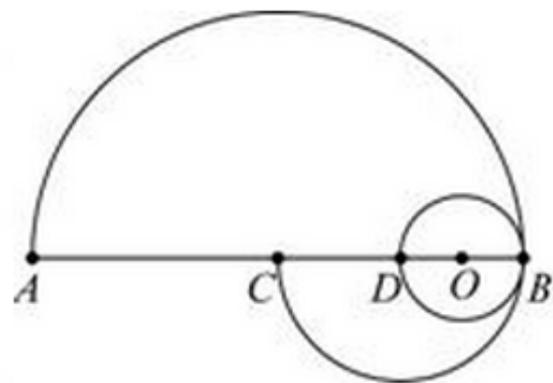
如圖， $\overline{AB}$  為半圓的直徑， $C$  為半圓周上一點，連接  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ ，再分別以  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  為直徑各畫半圓。量得  $\overline{AB} = 13$  公分、 $\overline{BC} = 5$  公分，則陰影部分面積為何？



已知三角形ABC的周長為20公分，將一個直徑2公分的硬幣緊貼其邊長，並逆時針繞行一圈，則硬幣繞行過的區域面積是多少平方公分？



如圖， $\overline{AC} = \overline{BC} = 2\overline{CD} = 4\overline{BO}$ ， $\widehat{AB} = 16\pi$ ，則  
 $(\widehat{BC} + \text{圓}O\text{的周長})$  為多少？



# 線對稱圖形

## 1. 定義：

將圖形對摺，如果圖形能完全重疊，則為線對稱圖形。

## 2. 相關名詞：

(1) 對稱軸—圖形對摺，

所產生的摺痕即為對稱軸(如  $\overline{AD}$ )

(2) 對稱點—圖形對摺，

重疊的兩點稱為對稱點(如  $B$ 、 $B'$  或  $C$ 、 $C'$ )

(3) 對稱線段—圖形對摺，

重疊的線段稱為對稱線段

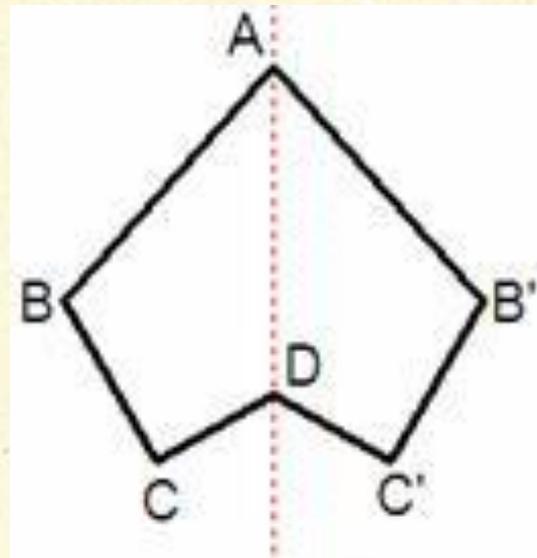
(如  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AB'}$  或  $\overline{BC}$ 、 $\overline{B'C'}$ )

(4) 對稱角—圖形對摺，

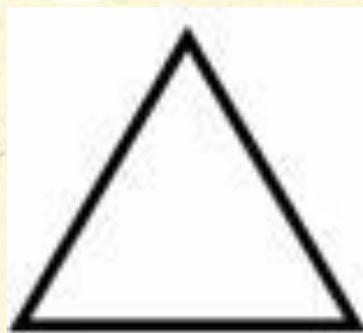
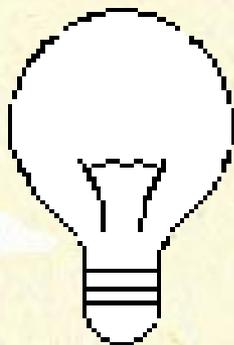
重疊的角稱為對稱角

(如  $\angle B$ 、 $\angle B'$  或  $\angle C$ 、 $\angle C'$ )

【正n邊形有n條對稱軸，圓有無限多條對稱軸】



試判斷下列圖形中，哪些是線對稱圖形？  
若是線對稱圖形，請畫出其對稱軸。



回收標誌

燈泡

正三角形

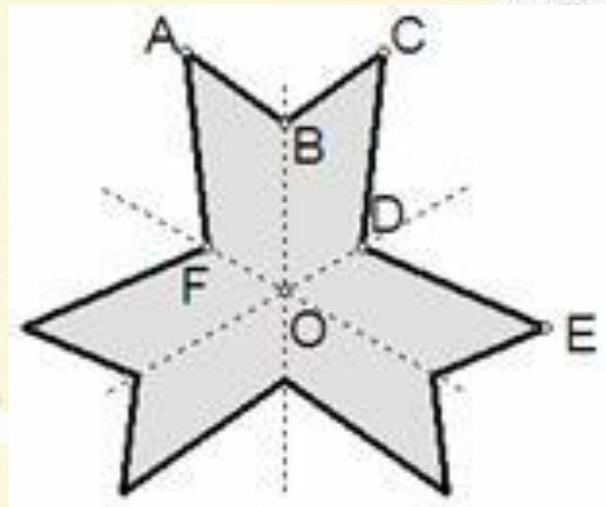
## 垂直平分線(又稱中垂線)

亦即線對稱圖形的對稱軸為任兩對稱點連線的中垂線。

例如：

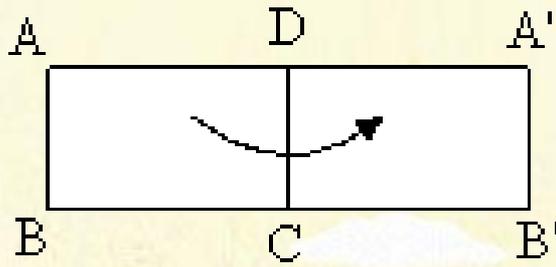
1. 等腰三角形的對稱軸通過原點，且兩底角為對稱角，  
所以等腰三角形的高垂直平分底邊。
2. 菱形的兩對角線互相垂直平分
3. 鳶形(箏形)的兩對角線互相垂直，  
且一對角線平分另一對角線

已知右圖的對稱軸有三條(以虛線表示)，  
若  $\overline{AB} = 3$ 公分， $\overline{DE} = 8$ 公分，  
則右圖的周長是多少公分？

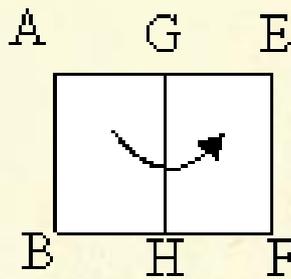


將一張長方形的紙張依下列步驟摺疊：

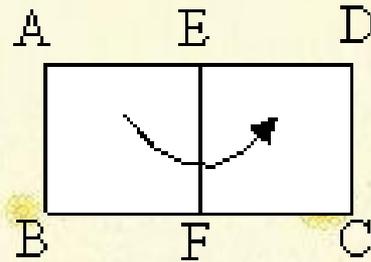
(1)



(2)



(3)



(4)...

若依此種方法對摺5次以後，

用打孔機打一個小洞後再將此張打開至原來的形狀，  
則此張紙共有幾個小洞？

# 尺規作圖--等線段、等角作圖

等線段作圖：

如圖，已知一線段  $AB$ ，畫出一線段  $CD$ ，使得  $\overline{CD} = \overline{AB}$ 。



作法：

(1) 畫一直線  $L$ ，並在  $L$  上取一點  $C$



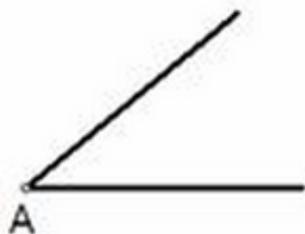
(2) 以  $C$  為圓心， $\overline{AB}$  長為半徑畫弧，

交直線  $L$  於一點  $D$ ，則  $\overline{CD}$  即為所求的線段。



## 等角作圖

如下圖，已知一角A，畫一角使它等於 $\angle A$

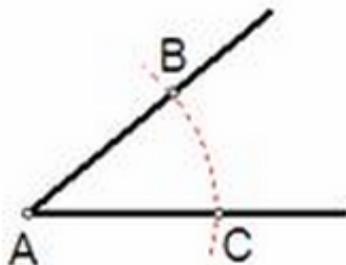


作法：

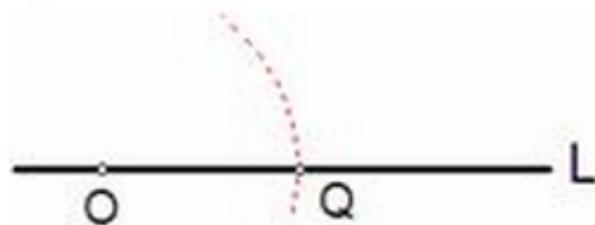
(1) 畫一直線L，並在L上取一點O



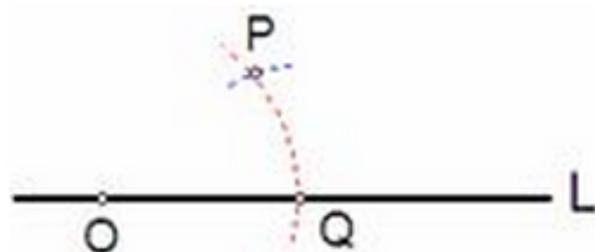
(2) 以A為圓心，適當長為半徑畫弧，分別交 $\angle A$ 的兩邊於B、C兩點。



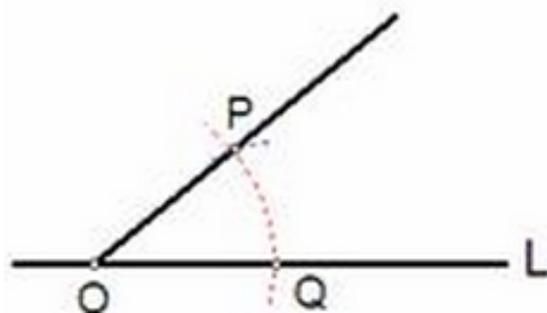
(3) 以  $O$  為圓心， $\overline{AB}$  長為半徑畫弧，交直線  $L$  於點  $Q$



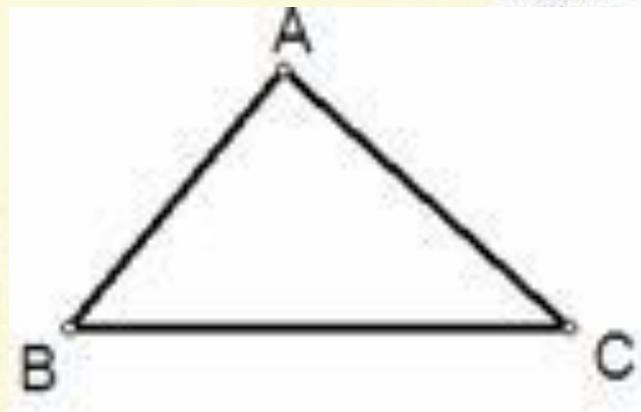
(4) 以  $Q$  為圓心， $\overline{BC}$  長為半徑畫弧，與前弧相交於  $P$  點



(5) 連接  $\overline{OP}$ ，則  $\angle POQ$  即為所求的角。



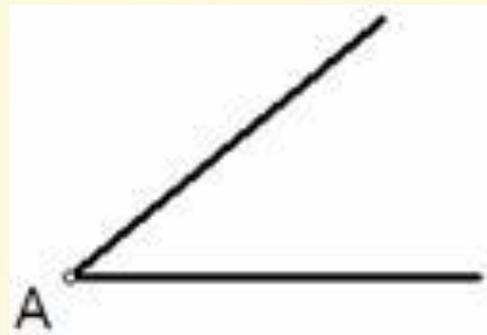
已知 $\triangle ABC$ ，畫一線段，使其長為  $\overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AC}$ 。



已知  $\angle A$ ，利用尺規作圖畫出

(1)  $\angle A$  的餘角

(2) 一個角，其角度是  $\angle A$  的 2 倍

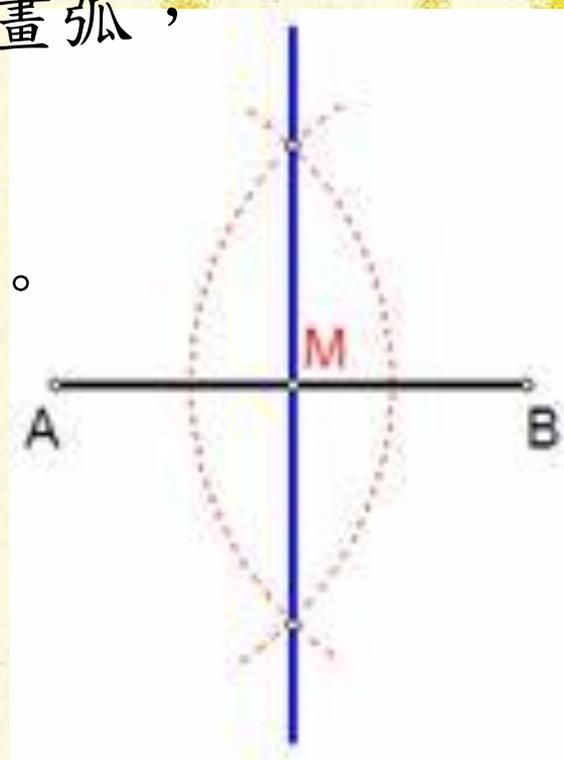


# 尺規作圖-垂直平分線&角平分線作圖

## 1. 垂直平分線作圖

作法：

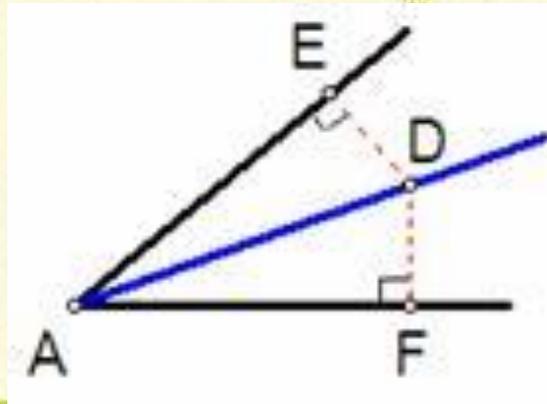
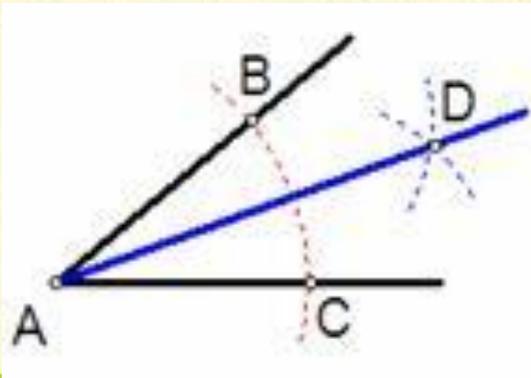
- (1) 分別以A、B為圓心，  
大於  $\overline{AB}$  一半的同樣長度為半徑畫弧，  
設兩弧相交於C、D兩點。
- (2) 畫一直線通過C、D兩點，  
則直線CD即為所求之垂直平分線。



## 2. 角平分線作圖

作法：

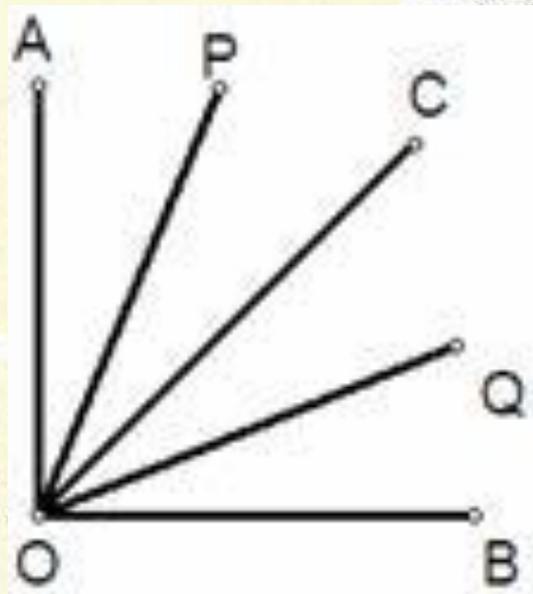
- (1) 以A為圓心，適當長為半徑畫弧，  
交 $\angle A$ 的兩邊於B、C兩點
- (2) 分別以B、C為圓心，  
大於BC一半的同樣長度為半徑畫弧，  
設兩弧相交於D點
- (3) 畫一直線通過A、D兩點，  
則直線AD即為所求之角平分線。



如下圖，已知一線段AB，  
利用尺規作圖將  $\overline{AB}$  分成兩段，其長度比是5：3。



如下圖， $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ ， $C$ 為 $\angle AOB$ 內部一點，  
若直線 $OP$ 平分 $\angle AOC$ ，直線 $OQ$ 平分 $\angle BOC$ ，  
則 $\angle POQ$ 是多少度？



# 小提醒：線段（角）的平分次數

- 1、欲將一線段（角） $2^n$ 等分（ $n$ 為正整數），則垂直平分線（角平分線）需作圖 $2^n - 1$ 次。
- 2、欲將一線段（角）分成 $a:b$ （最簡整數比）的兩段（角），若 $a + b = 2^n$ ，則垂直平分線（角平分線）最少需作圖 $n$ 次。

# 尺規作圖--垂線作圖

1、過線上一點作垂線

作法：

(1)以P為圓心，

適當長為半徑畫弧，

交L於A、B兩點。

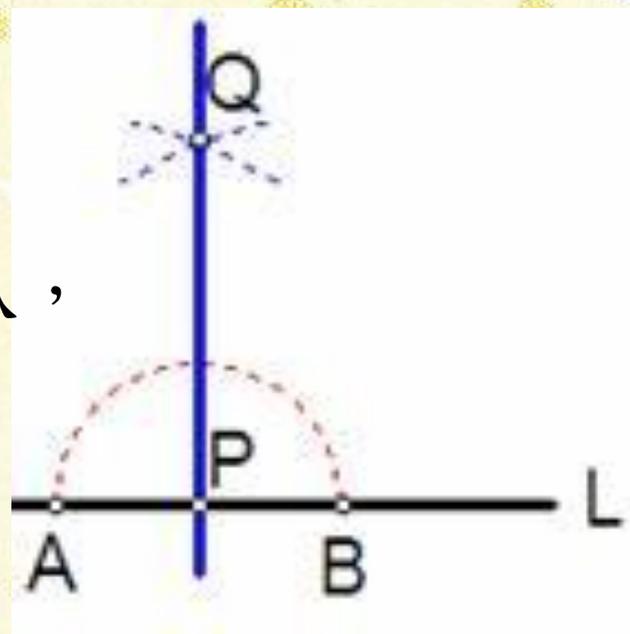
(2)分別以A、B為圓心，

大於  $\overline{AB}$  一半的長度為半徑畫弧，

設兩弧相交於Q點。

(3)畫一直線通過P、Q兩點，

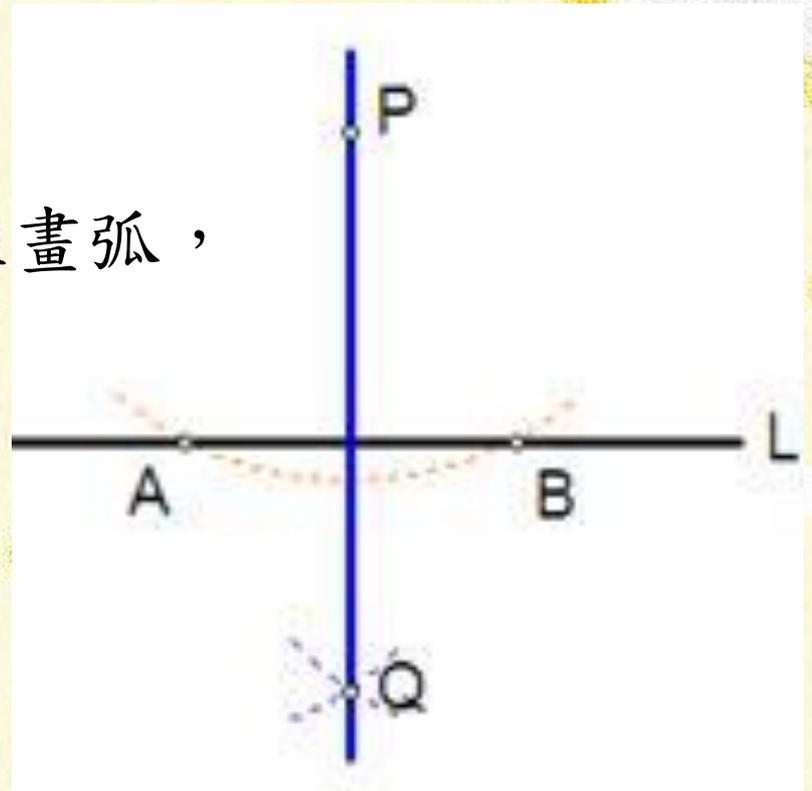
則直線PQ即為所求之垂線。



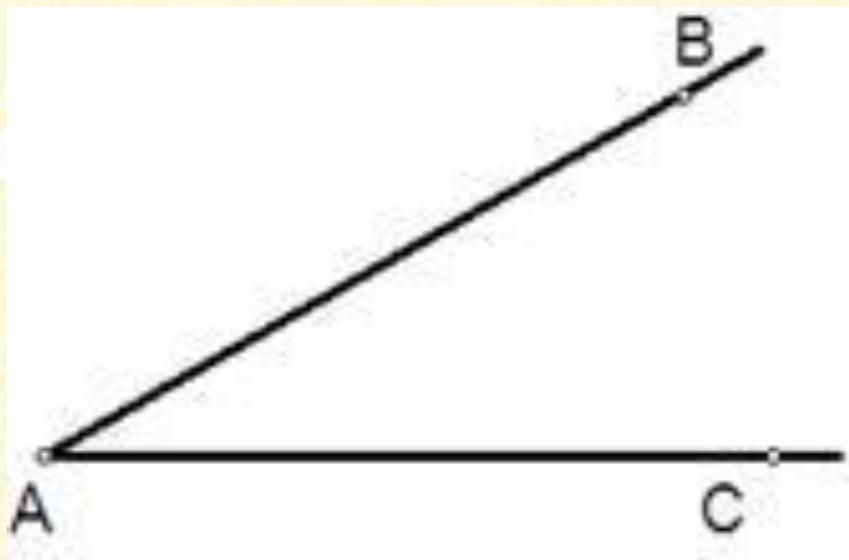
## 2、過線外一點作垂線

作法：

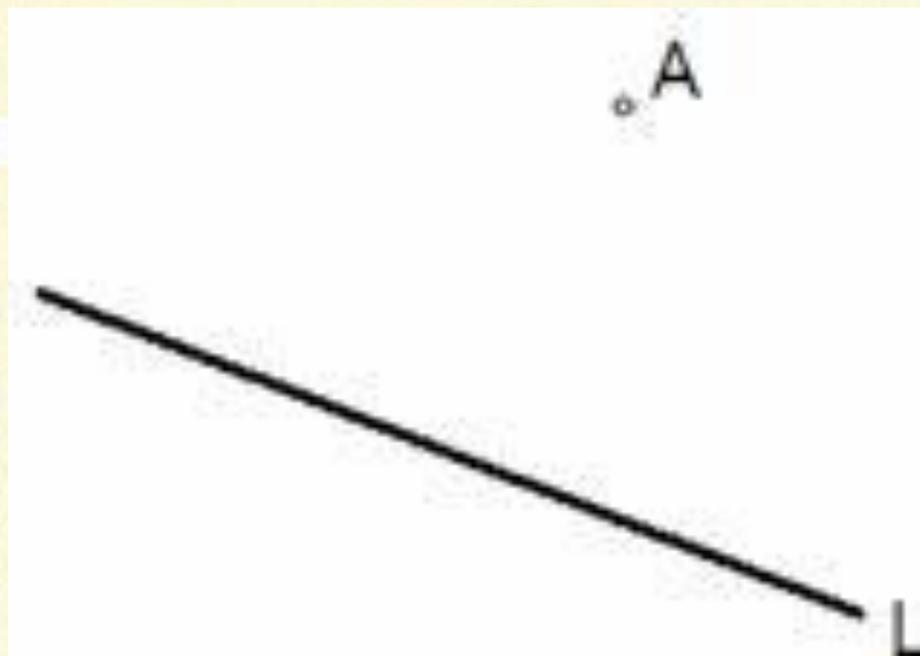
- (1) 以P為圓心，  
適當長為半徑畫弧，  
交L於A、B兩點。
- (2) 分別以A、B為圓心，  
大於  $\overline{AB}$  一半的長度為半徑畫弧，  
設兩弧相交於Q點。
- (3) 畫一直線通過P、Q兩點，  
則直線PQ即為所求之垂線。



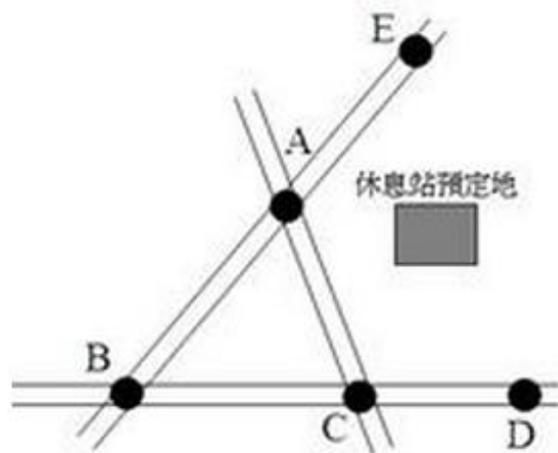
如下圖，為一 $\angle BAC$ ，利用尺規作圖，  
畫出一直線通過C點，且與 $\overline{AB}$  垂直。



如圖，已知A點及一直線L，  
利用尺規作圖畫出A點到直線L的最短距離

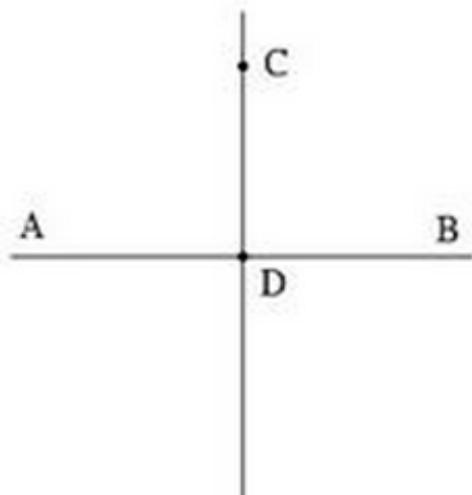


如下圖，有三條筆直的公路兩兩交會於A、B、C三個城市，今欲建一休息站於預定區中，考慮的因素是休息站至各公路的距離均相等。請問下列哪一個作法可以達到目的？



- (A) 分別作  $\overline{AC}$  與  $\overline{AE}$  的中垂線，取其交點。
- (B) 分別作  $\overline{AC}$  與  $\overline{CD}$  的中垂線，取其交點。
- (C) 分別作  $\angle EAC$  與  $\angle ACD$  的角平分線，取其交點。
- (D) 分別作  $\angle EAC$  的角平分線與  $\overline{AC}$  的中垂線，取其交點。

如下圖，已知直線CD為 $\overline{AB}$ 的中垂線，且交 $\overline{AB}$ 於D點，則下列哪一個敘述是錯誤的？



- (A) 以C為圓心， $\overline{CB}$ 為半徑畫圓，則圓必過A點
- (B) 以A為圓心， $\overline{AB}$ 為半徑畫圓，則圓必過C點
- (C) 以B為圓心， $\overline{AC}$ 為半徑畫圓，則圓必過C點
- (D) 以D為圓心， $\overline{AD}$ 為半徑畫圓，則圓必過B點

# 竹子哲學

竹子四年只長3公分？  
但是到第五年瘋狂長高....  
假如換成我們，  
是不是在第四年已經放棄長高的機會了呢？

# 竹子有四個器官：

## 一、竹根

竹根是竹子最堅硬的部份，由側芽可以生竹筍成竹稈。



## 二、竹稈

竹稈為中空有節，成長迅速，  
是竹子最具有經濟價值的部份。



### 三、竹葉

竹葉扁平先端形狀尖銳，  
底部鈍形或稍具圓狀，具有落葉性。



#### 四、竹筍

竹筍是竹自根基生出的嫩芽，  
為竹籜所包裹。竹筍又稱竹胎和竹芽。



# 竹子的一生

竹子的開花是一種自然的現象，也是表示竹子生命快結束的一種徵兆。一般竹子在要開花的前一年，即不長筍，開花後，竹稈在一、二年內就會乾枯死亡，但在竹稈枯死後，竹林仍會繁殖下去，因為竹子的地下莖沒有枯死，而且落地的種子也會生根，經過五至十年後再重新長出幼苗，但是竹子開花的週期很難預測，從三十年到百年以上的都有，甚至有的竹種沒有開花的紀錄。

# 竹子的成長過程

竹子用了4年的時間，  
才僅僅生長了3公分。  
卻在第五年開始，  
以每天30公分的速度瘋狂的成長，  
在這個衝刺期，  
僅僅用了六週的時間，就可以長到了15公尺。

# 用了 4 年扎穩根基...

其實，我們看不到的是在**前面的四年**，  
竹子將根在土壤裡延伸了數百平米，  
紮實了根基.....

就像做人做事一樣，不要擔心。  
你**此時此刻的付出得不到回報**，  
或是**看不到成長就放棄**，  
因為你的付出都是為了紮根。



# 參考資料

<http://siro.moe.edu.tw/teach/index.php?n=0&m=0&cmd=content&sb=3&v=4&p=447>

<http://www.cmoney.tw/notes/note-detail.aspx?nid=23182>